Université de Lorraine
DIPLÔME: Ingénieur Telecom Nancy
Epreuve: UE MFCSI
Date : Mercredi 14 janvier 2024, 14 h 00
Durée de l'épreuve : 1 h 30
Nom des rédacteurs : Dominique Méry
Lieu: Amphi Sud
Documents personnels autorisés

Le sujet compte cinq (5) exercices. Vous devez bien lire le sujet et vous devez être aussi précis que possible.

Ecrit MFCSI

Exercice 1 (4 points)

Soit la machine suivante.

MACHINE QUESTION
VARIABLES
x
INVARIANTS
$I(x)$
EVENTS
INITIALISATION
BEGIN
$act1 : x := -23$
END
evt1
WHEN
$grd1 : x \in 12..45$
THEN
$act1 : x := x + 789$
END
END

evt2
WHEN
$grd1 : x \leq -12$
THEN
$act1$: $x := x + 2$
END
evt3
WHEN
$grd1 : x > -25$
THEN
$act1$: $x := x - 1$
END
END

On rappelle que une propriété $I(x)$ est inductivement invariante si $Init(x) \Rightarrow I(x)$ et pour tout événement e, $I(x) \wedge BA(e)(x,x') \Rightarrow I(x')$. $BA(e)\S x, x')$ désigne la relation *before-after* nde l'événement e. On rappelle qu'une propriété $J(x)$ est simplement invariante, si $J(x)$ est vraie pour tous les états du système. Nous allons étudier des solutions pour $I(x)$.

Pour chaque question, vous devez préciser si l'assertion est inductivement invariante ou non.

Question 1.1	**Question 1.2**	**Question 1.3**	**Question 1.4**
$<$ $inv1 : x \in \mathbb{Z}$	$inv1 : x \in \mathbb{Z}$	$inv1 : x \in \mathbb{Z}$	$inv1 : x \in \mathbb{Z}$
$inv12 : x \in -25..-4$	$inv12 : x \in -25..-16$	$inv12 : x \in -30..-8$	$inv12 : x \in -25..-10$

Exercice 2 (4 points)

Pour chaque événement e, écrire la relation BA(e)(x,y,x',y') caractérisant la transformatioon des deux valeurs des variables x et y.

e1
WHEN
$x + y = 5$
THEN
$x := y + x$
END

e2
WHEN
$x + y = 2 * y$
THEN
$x, y := y + 1, x + 1$
END

e3
ANY
u
WHERE
$u \in$ Nat
$u = x + y + 2$
$x \leq y + u$
THEN
$x := x + u + y$
END

e4
ANY
u, v
WHERE
$u \in$ Nat
$v \in$ Nat
$(u + v) * (u + v) = x * y$
THEN
$x := u + v$
$y := u - v$
END

Exercice 3 (6 points)

Soit la propriété $I(x) \stackrel{def}{=} x \leq a\, veex \in b..c \vee x \geq d$ où x est une variable et où a, b, c, d sont quatre constantes. On suppose que $a < b < c < d \wedge a, b, c, d \in \mathbb{Z}$.

f1	f2	f3
WHEN $x \geq d+1$ **THEN** $x :\mid (x' \in b..c)$ **END**	**WHEN** $x \in b..c$ $x \neq b$ $x \neq c$ **THEN** $x :\mid (x' = x-1 \vee x' : x+1)$ **END**	**WHEN** $x \leq a$ **THEN** $x := x-1$ **END**

Pour chaque événement $f1, f2, f3$, écrire la condition de vérification exprimant la préservation de la propriété $I(x)$ et vérifier si la condition est vraie ou fausse.

Exercice 4 (6 points)
Pour chaque question, un événement est décrit de manière textuelle et on se donne une assertion. Ecrire un événement en Event-B qui maintient l'assertion I comme invariant:

$I(x, y, z) \stackrel{def}{=} x, y, z \in \mathbb{Z} \wedge x + y + z \geq 0 \wedge (x + y)^2 = z$

Question 4.1 L'événement g1 accroît x (resp. y) de 1 (res. de 2) et réalise une mise à jour de z. g1 maintient I comme invariant.

Question 4.2 L'événement g2 accroît $x + y$ de 5 et réalise une mise à jour de z. g2 maintient I comme invariant.

$J(x, y, z) \stackrel{def}{=} x, y, z \in \mathbb{N} \wedge x + y = 2 * z \wedge 2 * x = z$

Question 4.3 L'événement g3 met à jour les variables x, y, z en accroissant z de 4 et réalise une mise à jour de x, y, z. g3 maintient J comme invariant.

Exercice 5 (6 points)
On considère un réseau routier constitué de villes et de tronçons entre les villes. Pour simplifier le problème, on considère que deux villes ne peuvent être reliées que par un seul tronçon au plus. Pour utiliser les tronçons du réseau, un usager doit avoir le droit de le faire. On définit les ensembles, les constantes et les variables suivantes:

SETS
U *ensemble des Usagers*
V *ensemble des Villes*
M *ensemble des Moyens de communication*
CONSTANTS
T *ensemble des tronçons*
AT *table des autorisations de tronçons*
AV *table des autorisations des villes*
UM *table des usagers et des véhicules*
AXIOMS
$ax1 : T \subseteq V \times V$
$ax2 : AM \subseteq U \times T$
$ax3 : AV \subseteq M \times V$
$ax4 : UM \in U \to M$
INVARIANTS
$inv : p \in U \to V$

La variable p préc ise où se trouve un usager. On observe uniquement l'état de l'usager dans une ville et on suppose que la transition d'une ville à une autre se passe via un tronçon de manière instantanée. Un usager utilise un Moyen de communication et ce moyen doit être autorisé à entrer ou non dans une ville.

Question 5.1 L'invariant est incomplet et doit tenir compte des contraintes de droit énoncés ci-dessus. Compléter l'invariant pour qu'il exprime le fait que tout usager est dans une ville où il a le droit d'être en fonction de son véhicule.

Question 5.2 Ecrire un événement transit qui observe un passage d'un usager d'une ville à une autre ville où il a le droit d'aller et pour laquelle il a le droit d'utiliser le tronçon de liaison en tenant compte aussi de son véhicule qui doit être autorisé dans la ville visée.

Question 5.3 Montrer que l'événement transit préserve l'invariant complété.

Question 5.4 Proposer une initialisation pour que la variable p satisfasse l'invariant complété.

Fin de l'énoncé