Cours Algorithmique des systèmes parallèles et distribués
Exercices
Série 3 : Exclusion Mutuelle - Dates - Estampilles
par Alessio Coltellacci et Dominique Méry
5 mai 2025

Exercice 1 *(dis-slidingwindow)*

Question 1.1 *Le protocole appelé Sliding Window Protocol est fondé sur un fenêtre qui glisse pour valider progressivement les envois reçus.*
Le protocole est donné sous la forme d'invariant avec des événements. Proposer un schéma de traduction pour cet algorithme réparti en un module TLA+.

Question 1.2 *Proposer un schéma de traduction pour un algorithme réparti en TLA$^+$.*

Question 1.3 *Reprendre la solution précédente pour modéliser chan comme un buffer de taille la taille de la fenêtre.*

— *Initialisation du protocole*

$$\mathit{INITIALISATION} \stackrel{def}{=} \left[\begin{array}{l} OUT := \varnothing \\ i := 0 \\ chan := \varnothing \\ ack := \varnothing \\ got := \varnothing \end{array}\right]$$

— *Phase d'envoi et de rÃ©ception*

$$\mathit{send} \stackrel{def}{=} \text{ if } \left[\begin{array}{l} j \in i \,..\, i{+}l \\ j \leq n \\ j \notin got \end{array}\right] \text{ then } \left[\; chan(j) := IN(j) \;\right] \text{ end}$$

$$\mathit{receive} \stackrel{def}{=} \text{ if } \left[\begin{array}{l} j \in dom(chan) \\ j \in i \,..\, i{+}l \end{array}\right] \text{ then } \left[\begin{array}{l} OUT(j) := chan(j) \\ ack := ack \cup \{j\} \end{array}\right] \text{ end}$$

— *Phase d'accusÃ© de rÃ©ception et de complÃ©tion*

$$\mathit{receiveack} \stackrel{def}{=} \text{ if } \left[\; k \in ack \;\right] \text{ then } \left[\begin{array}{l} got := got \cup \{k\} \\ ack := ack \setminus \{k\} \end{array}\right] \text{ end}$$

$$\mathit{completion} \stackrel{def}{=} \text{ if } \left[\; i = n{+}1 \wedge got = \varnothing \;\right] \text{ then } \left[\; \mathit{skip} \;\right] \text{ end}$$

— *Gestion de la fenêtre*

$$\mathit{sliding} \stackrel{def}{=} \text{ if } \left[\begin{array}{r} grd1 : got \neq \varnothing \\ grd3 : i \in got \\ grd4 : i{+}l < n \end{array}\right] \text{ then } \left[\begin{array}{r} act1 : i := i{+}1 \\ act2 : got := got \setminus \{i\} \\ act3 : ack := ack \setminus \{i\} \end{array}\right] \text{ end}$$

La fenÃªtre ne glisse plus quand elle ne peut plus mais elle se vide et fond en quelque sorte ($i{+}l \geq n$).

$$\mathsf{emptywindow} \stackrel{def}{=} \text{if} \begin{bmatrix} grd1: got \neq \varnothing \\ grd2: i \in got \\ grd3: i{+}l \geq n \\ grd4: i \leq n \end{bmatrix} \text{then} \begin{bmatrix} act1: i := i{+}1 \\ act2: got := got \setminus \{i\} \\ act3: ack := ack \setminus \{i\} \end{bmatrix} \text{end}$$

$$\mathsf{loosingchan} \stackrel{def}{=} \text{if} \begin{bmatrix} grd1: j \in i \mathrel{..} i{+}l \\ grd2: j \in dom(chan) \\ grd3: j \notin got \end{bmatrix} \text{then} \begin{bmatrix} act1: chan := \{j\} \lhd chan \end{bmatrix} \text{end}$$

$$\mathsf{loosingack} \stackrel{def}{=} \text{if} \begin{bmatrix} grd1: k \in ack \end{bmatrix} \text{then} \begin{bmatrix} act1: ack := ack \setminus \{k\} \end{bmatrix} \text{end}$$

Exercice 2 *(plusboulanger.tla)*
L'algorithme BAKERY *résout le problème de l'xclusion mutuelle pour un système centralisé. Vous pouvez récupérer le fichier tla crrespondant à cet exemple sur le site.*

Question 2.1 *Poser une question sur l'accessibilité du processsus 1 en section critique.*

Question 2.2 *Poser une question sur l'accessibilité du processsus 2 en section critique.*

Question 2.3 *En bornant les valeurs de $y1$ et $y2$, montrer que la solution retenue satisfait la propriété d'exclusion mutuelle que vous énoncerez.*

Question 2.4 *Expliquez et justifiez expérimentalement que les valeurs de $y1$ et $y2$ croissent.*

Exercice 3 *dis-ricartagrawalav0*
Le fichier de l'algorithme de Ricart et Agrawala est sur le site.

Question 3.1 *Modéliser l'algorithme de Ricart et Agrawala en TLA$^+$.*

Question 3.2 *Enoncer la propriété à vérifier.*

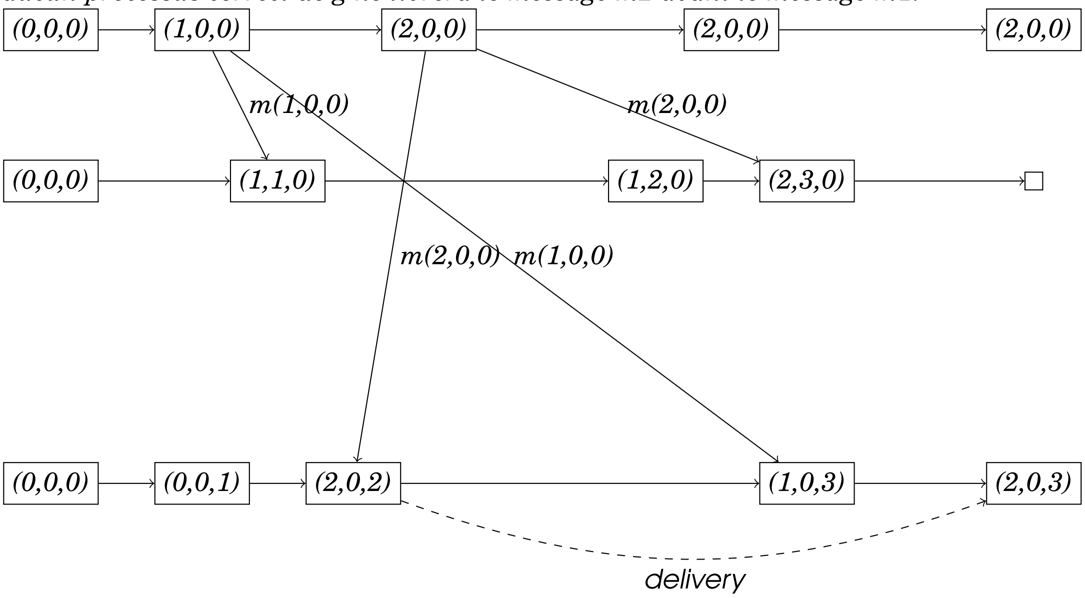
Question 3.3 *Poser une question montrant que toute demande de section critique par un processus P sera servie.*

Question 3.4 *Modifier les actions pour supprimer le sémaphore ey montrer qu'il y a un interblocage.*

Question 3.5 *En vous aidant de la version algorithmique de Ricart et Agrawala, écrire un algorithme PlusCal.*

Question 3.6 *En reprenant l'algorithme de Ricart et Agrawala, on peut le simplifier pour construire l'algorithme de Carvalho et Roucairol. Modéliser l'algoritme de Carvalho et Roucairol.*

Exercice 4 *(vecteurs d'horloge) (pluscal_vc.tla, vector_clock.tla)*
Soit un ensemble de processus P communiquant par messages en groupe. Cela signifie que les processus d'un groupe de P peuvent envoyer des messages à un groupe. On s'intéresse à l'ordre FIFO c'est-à-dire la propriété suivante : si un processus p d'un groupe g de P envoie un message m1 avant un message m2, aucun processus correct de g ne livrera le message m2 avant le message m1.



Dans cet exemple, le message 2 est reçu avant le message 1 et doit donc être livré plus trad après la livraison du message 1. L'algorithme FBCAST résout ce problème en livrant selon la règle des estampilles. En fait le processus 3 attend un message avec une estampille dont le champ de l'émetteur vaut cette valeur. Dans notre exemple, 3 attend un message de 1 avec 1 et quand il reçoit le second message avec la valeur 2, il attend.
Ecrire un ensemble d'opérations de communications mettant en oeuvre ce mécanisme.

Exercice 5 *(Protocole CBCAST)*
Le protocole CBCAST utilise les vecteurs d'horloges pour livrer les messages en respectant l'ordre FIFO des messages envoyés : si un processus P envoie un message m1 puis m2 à un processus Q, alors le protocole livrera d'abord m1 puis m2.
Le principe général est le suivant :
— *Le vecteur d'horloges* $VC \in 1..n \longrightarrow (1..n \longrightarrow \mathbb{N}$ *est initialisé à 0 pour toutes composantes.*
— *Si un processus i envoie un message m,* $VC(i)[i]$ *est incrémenté de 1.*
— *Tout message envoyé m est estampillé par* $VC(i)$ *:* $TM(m) = VC(i)$ *où* $TM \in MES \nrightarrow \mathbb{N}$

- *Quand un processus j reçoit un message estampillé* m*, il met à jour l'horloge de j comme suit :*
  $\forall k \in 1..n : VC(j)[k] = Max(VC(j)[k], TM(m)[k]$

Pour le protocole CBCAST, on a des restrictions sur la livraison effective des messages :

- *Si le processus i reçoit un message m, il le,place en file d'attente CB-QUEUE en attendant que le condition suivante soit vraie :*
  $\forall k \in 1..n : \begin{cases} TM(m)[i] = VC(i)[k]{+}1 \\ TM(m)[k] \leq VC(i)[k] \end{cases}$
- *La livraison du message met à jour* $VC(i)$*.*